www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes




Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

# XXX. INTERNATIONALE MATHEMATIK-OLYMPIADE

13.-24. Juli 1989

Bundesrepublik Deutschland
Braunschweig · Niedersachsen

Premier jour : Mardi, le 18 juillet 1989. Durée: 4 heures 30 minutes.

Chaque question vaut 7 points.

1. Démontrer que l'on peut décomposer l'ensemble $\{1,2,\ldots, 1989\}$ en 117 sous-ensembles deux à deux disjoints $A_1, A_2, \ldots, A_{117}$ tels que : (i) chaque $A_i$ contient 17 éléments,

(ii) la somme des éléments de chaque $A_i$ est la même pour tout $i = 1, 2, \ldots, 117$.

2. Soit ABC un triangle dont tous les angles sont aigus. Les bissectrices intérieures des angles A, B, C recoupent le cercle circonscrit au triangle ABC respectivement en $A_1$, $B_1$, $C_1$.

On appelle $A_0$ le point d'intersection de la bissectrice intérieure $AA_1$ avec les bissectrices extérieures des angles B et C. Les points $B_0$ et $C_0$ sont définis de manière analogue.

Prouver que: (i) l'aire du triangle $A_0B_0C_0$ est le double de l'aire de l'hexagone $AC_1BA_1CB_1$,

(ii) l'aire du triangle $A_0B_0C_0$ est supérieure ou égale à quatre fois l'aire du triangle ABC.

3. On considère deux entiers strictement positifs k et n et un ensemble S de n points du plan tels que

(i) trois points quelconques de S ne sont pas alignés,

(ii) pour tout point P de S, il existe au moins k points distincts dans S situés à une même distance de P.

Démontrer que: $k < \frac{1}{2} + \sqrt{2n}$.

Deuxième jour: Mercredi, le 19juillet 1989. Durée: 4 heures 30 minutes. Chaque question vaut 7 points.

4. Le quadrilatère convexe ABCD possède les propriétés suivantes:

(i) les côtés AB, AD et BC vérifient : $AB = AD + BC$ ,

(ii) il existe un point P à l'intérieur du quadrilatère, situé à une distance h de la droite CD, tel que : $AP = h + AD$ $\quad$ $BP = h + BC$ .

Démontrer que : $\frac{1}{\sqrt{h}} \geq \frac{1}{\sqrt{AD}} + \frac{1}{\sqrt{BC}}$

5. Démontrer que pour chaque entier strictement positif n, il existe n entiers strictement positifs consécutifs tels qu'aucun d'entre eux ne soit une puissance entière d'un nombre premier.

6. Soit n un entier naturel non nul. On dit qu'une permutation $(x_1, \ldots, x_{2n})$ de l'ensemble $\{1, 2, \ldots, 2n\}$ possède la propriété P si $|x_i - x_{i+1}| = n$ pour au moins un i dans $\{1, \ldots, 2n-1\}$.

Démontrer que, pour chaque n, il y a strictement plus de permutations possédant la propriété P que de permutations ne la possédant pas.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes




Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail